UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
Prof. Dr. D. Wagner / C. Fieß / M. Gaertler / F. Schulz

8. Übungsblatt

Ausgabe: 6. Juni 2002 **Abgabe:** 14. Juni 2002

Aufgabe 1: Es sei L eine semi-entscheidbare Sprache, die nicht entscheidbar ist. Ist die Sprache

$$L' = \{0w \,:\, w \in L\} \cup \{1w \,:\, w \notin L\}$$

entscheidbar, semi-entscheidbar oder keins von beiden? Begründen Sie Ihre Aussage.
[Hinweis: Nehmen Sie an, L' wäre semi-entscheidbar. Folgern Sie, dass dann L entscheidbar wäre.] **4 Punkte**

Aufgabe 2: Sei ein Minimierungsproblem gegeben, für das jeder zulässigen Lösung $\mathcal{L}$ eine Zahl $k_{\mathcal{L}} \in I\!N$ zugeordnet wird, und eine zulässige Lösung mit *minimalem* $k_{\mathcal{L}}$ gesucht ist. Betrachte drei Varianten des Problems (analog zum TSP aus der Vorlesung):

① Beim *Optimierungsproblem* interessiert man sich für eine zulässige und optimale (hier also *minimale*) Lösung des Problems.

② Beim *Optimalwertproblem* ist nur der Wert $k_{\mathcal{L}}$ einer solchen Lösung gesucht.

③ Das zugehörige *Entscheidungsproblem* fragt danach, ob es eine zulässige Lösung $\mathcal{L}$ gibt, deren Wert $k_{\mathcal{L}}$ eine vorgegebene Schranke unterschreitet.

Geben Sie Vorschriften an, wie man aus einem Verfahren zur Lösung des

- Optimierungsproblems solche für das Optimalwert- und Entscheidungsproblem
- Entscheidungsproblems solche für das Optimalwertproblem (und umgekehrt)

konstruiert. **4 Punkte**

Aufgabe 3: Wir betrachten das Sortierproblem Π. Gegeben ist eine endliche Folge $(n_1, n_2, \ldots, n_l)$ von natürlichen Zahlen. Betrachte weiter zu je zwei dieser Zahlen $a = n_i$ und $b = n_j$ folgende Kostenfunktion $c : I\!N_0 \times I\!N_0 \to I\!N_0$:

$$c(a,b) = \begin{cases} b-a & \text{falls } b \geq a \\ 2(a-b) & \text{falls } b < a \end{cases}$$

a) Formulieren Sie Π als Optimierungsproblem: Eine zulässige Lösung ist eine beliebige Permutation der gegebenen Folge. Benützen Sie die Kostenfunktion c, um solch einer zulässigen Lösung einen Wert zuzuordnen, für den gilt, dass die zulässige Lösung genau dann eine Sortierung der gegebenen Folge ist, wenn der Wert minimal ist. [Hinweis: wenden Sie c auf je zwei aufeinanderfolgende Zahlen der Permutation an ...]

b) Ist eine zulässige Lösung mit minimalem Wert auf- oder absteigend sortiert (mit Beweis)? **4 Punkte**

Aufgabe 4: Sei Π wieder das Sortierproblem aus Aufgabe 3. Wir betrachten nun Kodierungsschemata zu Π: Sei $(m)_b$ die Zahlendarstellung von $m \in I\!N_0$ zur Basis $b \in I\!N$. Ferner sei das Kodierungsschema s_b über dem Alphabet $\Sigma_b = \{0, \ldots, b-1, \#\}$ definiert durch

$$s_b(n_1, \ldots, n_l) = (n_1)_b \# \ldots \# (n_l)_b$$

a) Geben Sie für das Problembeispiel $n_1 = 8$, $n_2 = 1$, $n_3 = 5$, $n_4 = 0$ die Kodierungen $s_2(n_1, n_2, n_3, n_4)$, $s_3(n_1, n_2, n_3, n_4)$ und $s_1(n_1, n_2, n_3, n_4)$ sowie deren Kodierungslänge an.

b) Geben Sie die Kodierungslänge einer beliebigen Instanz $(n_1, n_2, \ldots, n_l)$ von Π an.

c) Welche Paare der Schemata s_1, s_2 und s_{10} sind äquivalent? (Begründung?) **4 Punkte**