

Klausur: Haupttermin 15.07.2002, 12:00 - 14:00 Uhr, R611

6. Übungsblatt

Ausgabe: 23. Mai 2002 **Abgabe:** 31. Mai 2002

Aufgabe 1: Gegeben sei die Turingmaschine $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$ mit $Q = \{s, q_s, q_f\} \cup \{q_a^1, q_a^2 : a \in \Sigma\}$, $\Sigma = \{c, d, e\}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup, X\}$, $F = \{q_f\}$ und dem Turingprogramm

$$\begin{aligned} \delta(s, \sqcup) &= (q_f, \sqcup, N) \\ \delta(s, X) &= (q_f, X, N) \\ \delta(s, a) &= (q_a^1, X, R) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, b) &= (q_a^1, b, R) && \text{für alle } a, b \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, \sqcup) &= (q_a^2, \sqcup, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, X) &= (q_a^2, X, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^2, a) &= (q_s, X, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_s, a) &= (q_s, a, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_s, X) &= (s, X, R) \end{aligned}$$

Wie in der Vorlesung besprochen wird die Situation, in der sich eine Turingmaschine befindet, durch die Angabe der *Konfiguration* in der Form $w(q)av$ codiert, wobei $w, v \in \Gamma^*$, $a \in \Gamma$ und $q \in Q$ sind. Dies bedeutet, dass sich \mathcal{M} gerade im Zustand q befindet; der Lesekopf steht auf dem Zeichen a ; links davon steht das Wort w und rechts davon das Wort v auf dem Rechenband.

1. Stellen Sie die Turingmaschine wie in der Vorlesung angegeben graphisch dar.
2. Welche Konfigurationen durchläuft die Maschine bei Eingabe der Wörter **dedec** und **deed**?
3. Welche Sprache akzeptiert \mathcal{M} ? Begründen Sie Ihre Behauptung. **8 Punkte**

Aufgabe 2: Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die folgende Sprache L_2 (siehe Aufgabe 1 auf Übungsblatt 4) über dem Alphabet $\Sigma = \{0\}$ akzeptiert:

$$L_2 = \{0^{(2^i)}; i \in \mathbb{N}_0\}$$

Dabei soll die Turingmaschine ein weiteres Zeichen X verwenden, also $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup, X\}$, und wie folgt vorgehen: Das gegebene Wort wird nach und nach von links nach rechts durchlaufen, und dabei jedes zweite Vorkommen einer Null durch X ersetzt. Gleichzeitig wird dabei überprüft, wieviele Nullen in diesem Durchlauf gesehen wurden:

- *keine* Null: Das Wort wird akzeptiert
- *eine* Null: Das Wort wird akzeptiert
- eine *ungerade* Anzahl Nullen größer als eins (d.h. die zuletzt gelesene Null wurde nicht durch X ersetzt): Das Wort wird nicht akzeptiert
- eine *gerade* Anzahl Nullen: Das Wort (nun besteht es aus Nullen und X en) wird erneut von links nach rechts durchlaufen

Begründen Sie, warum das angegebene Verfahren genau die Wörter aus L_2 akzeptiert. **4 Punkte**

Aufgabe 3: Zeigen Sie: Sind L und L^c semientscheidbar, ist L entscheidbar. **4 Punkte**