

**Klausur: Haupttermin 15.07.2002, 12:00 - 14:00 Uhr, R611**

## 6. Übungsblatt

**Ausgabe:** 23. Mai 2002    **Abgabe:** 31. Mai 2002

**Aufgabe 1:** Gegeben sei die Turingmaschine  $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$  mit  $Q = \{s, q_s, q_f\} \cup \{q_a^1, q_a^2 : a \in \Sigma\}$ ,  $\Sigma = \{c, d, e\}$ ,  $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup, X\}$ ,  $F = \{q_f\}$  und dem Turingprogramm

$$\begin{aligned} \delta(s, \sqcup) &= (q_f, \sqcup, N) \\ \delta(s, X) &= (q_f, X, N) \\ \delta(s, a) &= (q_a^1, X, R) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, b) &= (q_a^1, b, R) && \text{für alle } a, b \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, \sqcup) &= (q_a^2, \sqcup, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^1, X) &= (q_a^2, X, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_a^2, a) &= (q_s, X, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_s, a) &= (q_s, a, L) && \text{für alle } a \in \Sigma \\ \delta(q_s, X) &= (s, X, R) \end{aligned}$$

Wie in der Vorlesung besprochen wird die Situation, in der sich eine Turingmaschine befindet, durch die Angabe der *Konfiguration* in der Form  $w(q)av$  codiert, wobei  $w, v \in \Gamma^*$ ,  $a \in \Gamma$  und  $q \in Q$  sind. Dies bedeutet, dass sich  $\mathcal{M}$  gerade im Zustand  $q$  befindet; der Lesekopf steht auf dem Zeichen  $a$ ; links davon steht das Wort  $w$  und rechts davon das Wort  $v$  auf dem Rechenband.

1. Stellen Sie die Turingmaschine wie in der Vorlesung angegeben graphisch dar.
2. Welche Konfigurationen durchläuft die Maschine bei Eingabe der Wörter **dedec** und **deed**?
3. Welche Sprache akzeptiert  $\mathcal{M}$ ? Begründen Sie Ihre Behauptung. **8 Punkte**

**Aufgabe 2:** Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die folgende Sprache  $L_2$  (siehe Aufgabe 1 auf Übungsblatt 4) über dem Alphabet  $\Sigma = \{0\}$  akzeptiert:

$$L_2 = \{0^{(2^i)}; i \in \mathbb{N}_0\}$$

Dabei soll die Turingmaschine ein weiteres Zeichen  $X$  verwenden, also  $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup, X\}$ , und wie folgt vorgehen: Das gegebene Wort wird nach und nach von links nach rechts durchlaufen, und dabei jedes zweite Vorkommen einer Null durch  $X$  ersetzt. Gleichzeitig wird dabei überprüft, wieviele Nullen in diesem Durchlauf gesehen wurden:

- *keine* Null: Das Wort wird akzeptiert
- *eine* Null: Das Wort wird akzeptiert
- eine *ungerade* Anzahl Nullen größer als eins (d.h. die zuletzt gelesene Null wurde nicht durch  $X$  ersetzt): Das Wort wird nicht akzeptiert
- eine *gerade* Anzahl Nullen: Das Wort (nun besteht es aus Nullen und  $X$ en) wird erneut von links nach rechts durchlaufen

Begründen Sie, warum das angegebene Verfahren genau die Wörter aus  $L_2$  akzeptiert. **4 Punkte**

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie: Sind  $L$  und  $L^c$  semientscheidbar, ist  $L$  entscheidbar. **4 Punkte**