UNIVERSITÄT KONSTANZ
LEHRSTUHL FÜR PRAKTISCHE INFORMATIK
Dr. Ulrik Brandes / Sabine Cornelsen

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2002

12. Übungsblatt

Ausgabe: 1. Juli 2002 **Abgabe:** 8. Juli 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **8 Punkte**

Sei G ein zusammenhängender ungerichteter Multigraph. Mit G^2 sei der Multigraph mit Adjazenzmatrix $A(G)^2$ bezeichnet. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind.

(a) G ist bipartit.

(b) $-\rho(G)$ ist ein Eigenwert von $A(G)$.

(c) G^2 ist unzusammenhängend.

Welche Implikationen sind im Allgemeinen nicht richtig, wenn G unzusammenhängend ist?

Aufgabe 2: **4 Punkte**

(a) Zeigen Sie, daß sowohl die bibliographische Kopplung als auch die Kozitation eines Multigraphen G keine negativen Eigenwerte haben.

Hinweis: Betrachten Sie etwa $||A(G)x||^2$ für normierte Eigenvektoren x von $C(G)$.

(b) Überlegen Sie sich, daß sowohl die bibliographische Kopplung als auch die Kozitation eines nicht-trivialen Multigraphen mindestens eine Schleife haben, also nicht bipartit sein können.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Sei $M = (m_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ eine *stochastische Matrix*, d.h. für $1 \leq i,j \leq n$ gelte $m_{ij} \in \mathbb{R}_0^+$ und $\sum_j m_{ij} = 1$. Zeigen Sie:

(a) Sind $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{C}$, so gilt für $1 \leq i \leq n$ die Ungleichung

$$|\sum_j m_{ij} x_j| \leq \max_j |x_j|.$$

(b) Der größte Betrag eines Eigenwertes von M ist 1.