Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Dr. Ulrik Brandes / Sabine Cornelsen

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2002

11. Übungsblatt

Ausgabe: 24. Juni 2002 **Abgabe:** 1. Juli 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Bei der Bearbeitung dieses Übungsblattes kann es nützlich sein, sich an den folgenden Satz aus der Linearen Algebra zu erinnern: *Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch, so sind alle Eigenwerte von A reell und es gibt eine Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^n$ aus Eigenvektoren von A.*

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Das *Spektrum* eines Graphen ist die Multimenge der Eigenwerte seiner Adjazenzmatrix. Berechnen Sie das Spektrum eines einfachen ungerichteten Kreises C_n.

Hinweis: Betrachten Sie Vektoren $(\tau^i)_{i=1,\ldots,n}$ für geeignete $\tau \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 2: **6 Punkte**

Sei G ein schlichter ungerichteter Graph mit n Knoten und sei $\mathbb{1} \in \mathbb{R}^n$ der Vektor, dessen Einträge alle Eins sind. Zeigen Sie:

(a) $\rho(G) \leq \Delta(G)$.

(b) Ist G zusammenhängend, so gilt: $\rho(G) = \Delta(G) \iff G$ regulär.

(c) Ist G regulär und $\mathbb{1}, v_2, \ldots, v_n$ eine Orthonormalbasis aus Eigenvektoren von $A(G)$, so sind $\mathbb{1}, v_2, \ldots, v_n$ auch Eigenvektoren der Adjazenzmatrix $A(\overline{G})$ des komplementären Graphen $\overline{G}$ zu G.

Aufgabe 3: **2 Punkte**

Berechnen Sie das Spektrum des vollständigen ungerichteten Graphen K_n.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

(a) Zeigen Sie, daß λ genau dann Eigenwert eines bipartiten ungerichtete Graphen G ist, wenn $-\lambda$ Eigenwert von G ist.

(b) Bestimmen Sie das Spektrum des ungerichteten vollständigen bipartiten Graphen K_{nm}.