Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Dr. Ulrik Brandes / Prof. Dr. Vladimir Batagelj / Sabine Cornelsen

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2002

10. Übungsblatt

Ausgabe: 17. Juni 2002 **Abgabe:** 24. Juni 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **3 Punkte**

(a) Zeigen Sie: Ist G ein schlichter Graph, in dem es zwei nicht-adjazente strukturell äquivalente Knoten gibt, so ist die Determinante seiner Adjazenzmatrix 0.

(b) Gilt die Umkehrung der Aussage in (a)?

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Eine maximale reguläre Äquivalenz auf einem Graphen G ist eine reguläre Äquivalenz auf G mit der kleinsten Anzahl von Äquivalenzklassen. Bestimmen Sie eine maximale reguläre Äquivalenz auf

(a) einem stark zusammenhängenden Graphen.

(b) auf einem Wurzelbaum (die Kanten seien jeweils zum Vorgänger gerichtet), dessen Blätter alle die selbe Höhe haben.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Sei $U \subset \mathbb{R}^2$ eine endliche Teilmenge von Punkten in der Ebene und sei G^*_{NN} der Graph der nächsten Nachbarn in U bezüglich der euklidischen Metrik. Zeigen Sie:

(a) G^*_{NN} ist planar.

(b) Der Eingangsgrad eines Knotens in G^*_{NN} ist höchstens 6.

[bitte wenden]

Aufgabe 4: **3 Punkte**

Sei G ein Graph, v, w zwei Knoten von G und c ein Knotenstrukturindex auf einer Klasse von Graphen, die G enthält.

(a) Zeigen Sie: Sind v und w strukturell äquivalent, so gilt $c(G)_v = c(G)_w$.

(b) Kann man $c(G)_v = c(G)_w$ auch schließen, wenn man nur weiß, daß v und w regulär äquivalent sind?

Aufgabe 5: **2 Punkte**

Zeigen Sie, daß $\sim$ genau dann eine reguläre Äquivalenz auf einem Graphen G ist, wenn $\sim$ mit $\mathcal{T} = \{\text{nul, reg}\}$ verträglich (compatible) ist.

Aufgabe 6: **ohne Wertung**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Sei $\mathcal{R}(G)$ die Menge der Partitionen von V in Äquivalenzklassen bzgl. regulärer Äquivalenzen. Sei ferner $\sqsubseteq$ die in der Vorlesung eingeführte partielle Ordnung auf Clusterungen. Überlegen Sie sich, wann $(\mathcal{R}(G), \sqsubseteq)$ ein Verband[1] ist.

[1] Ein *Verband* ist eine partiell geordnete Menge, so daß es für je zwei Elemente genau eine kleinste obere Schranke und genau eine größte untere Schranke gibt.