

## 6. Übungsblatt

**Ausgabe:** 16. Mai 2002    **Abgabe:** 27. Mai 2002, 10 Uhr  
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

### Aufgabe 1:

4 Punkte

- (a) Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Multigraph,  $s \in V$  ein Knoten und  $B \subset E$  die Menge aller Baumkanten einer Breitensuche auf  $G$  von  $s$  aus. Zeigen Sie: Ist für einen Knoten  $t \in V$  die Distanz  $d_G(s, t) < \infty$ , so ist der eindeutige  $(s, t)$ -Weg in  $T = (V, B)$  ein kürzester  $(s, t)$ -Weg in  $G$ .
- (b) Zeigen Sie, daß die Umkehrung der Aussage in (a) nicht gilt. D.h. finden Sie einen gerichteten Multigraphen  $G = (V, E)$ , einen Knoten  $s \in V$  und einen Teilbaum  $T = (V', B)$  von  $G$ , so daß  $d_G(s, t) = d_T(s, t)$  für alle  $t \in V$  gilt, aber es keine Breitensuche auf  $G$  von  $s$  aus gibt für die  $B$  die Menge ihrer Baumkanten ist.

### Aufgabe 2:

4 Punkte

Betrachten Sie folgenden Algorithmus auf einem ungerichteten Graphen  $G$ . Zunächst wird Breitensuche auf  $G$  von einem beliebigen Knoten aus ausgeführt. Dann wird Breitensuche von dem Knoten mit der größten Breitensuchnummer aus ausgeführt. Die größte Breitensuchnummer  $d$  dieser zweiten Breitensuche wird ausgegeben.

- (a) Zeigen Sie: Ist  $G$  ein ungerichteter Baum, so ist  $d = \text{diam}(G)$ .
- (b) Gilt  $d = \text{diam}(G)$  auch für beliebige ungerichtete Graphen  $G$ ?

### Aufgabe 3:

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Rekursionsformel der Abhängigkeiten  $\delta_G(s|\cdot)$  für solche Graphen, in denen für alle  $v \in V$  der kürzeste  $(s, v)$ -Weg jeweils eindeutig bestimmt ist.

[bitte wenden]

**Aufgabe 4:****4 Punkte**

Ein weiterer Knotenstrukturindex auf der Klasse  $\mathcal{S}$  der nicht-isomorphen stark zusammenhängenden Multigraphen ist der *Radiality-Index*. Er ist für einen Knoten  $v$  eines stark zusammenhängenden Multigraphen  $G$  mit  $n > 1$  Knoten durch

$$c_R(G)_v = \frac{\sum_{t \in V} (\text{diam}(G) + 1 - d_G(v, t))}{(n - 1) \cdot \text{diam}(G)}$$

definiert. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der in  $\mathcal{O}(nm)$  Zeit den Radiality-Index eines Graphen mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten berechnet.

**Aufgabe 5:****ohne Wertung**

Ist der Radiality-Index eine Zentralität? Falls ja, bestimmen Sie seinen Typ.