

4. Übungsblatt

Ausgabe: 6. Mai 2002 **Abgabe:** 13. Mai 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **4 Punkte**

- (a) Zeigen Sie, daß $rad(G) \leq diam(G) \leq 2 \cdot rad(G)$ für beliebige Graphen G gilt.
- (b) Finden Sie zu den Ungleichungen in (a) jeweils einen Graphen, für den Gleichheit gilt.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

- (a) Zeigen Sie, daß das Zentrum eines ungerichteten Baumes höchstens zwei Knoten enthält.
- (b) Gibt es ungerichtete Graphen, deren Zentren mehr als zwei Knoten enthalten?

Aufgabe 3: **2 Punkte**

Zeigen Sie, daß es genau eine normierte Zentralität auf einem einfachen Kreis gibt.

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Zeigen Sie: Ist c eine Zentralität vom Typ $\circ \rightarrow \bullet$ ($\bullet \rightarrow \circ$, $\bullet \rightarrow \bullet$), so ist die zugehörige normierte Zentralität \hat{c} vom gleichen Typ.

Aufgabe 5: **4 Punkte**

Sei \mathcal{G} eine Klasse gerichteter Multigraphen, die abgeschlossen ist unter Einfügen von Kanten. Zu einem Graphen $G = (V, E) \in \mathcal{G}$ sei $\overleftarrow{G} = (V, \overleftarrow{E})$ der Graph, der durch $\overleftarrow{E} = \{(v, w); (w, v) \in E\}$ definiert ist und $\overleftarrow{\mathcal{G}} = \{\overleftarrow{G}; G \in \mathcal{G}\}$. Zu einem Knotenstrukturindex c auf \mathcal{G} sei \overleftarrow{c} durch $\overleftarrow{c}(\overleftarrow{G}) = c(G)$ definiert. Zeigen Sie

$$c \in \circ \rightarrow \bullet(\mathcal{G}) \iff \overleftarrow{c} \in \bullet \rightarrow \circ(\overleftarrow{\mathcal{G}}).$$

Aufgabe 6: **ohne Wertung**

Formulieren und beweisen Sie eine Aussage über Knoten-Zentralitätsindizes.